Corrigé du DS n°1

Correction 1.

1.
$$\begin{aligned} f(a) &= -3(-2)^2 - 2\times(-2)+1 \\ &= -3\times 4+4+1 \\ &= \boxed{-7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(b) &= -3\times(\tfrac{2}{3})^2 - 2\times\tfrac{2}{3}+1 \\ &= -3\times\tfrac{4}{3\times 3} - \tfrac{4}{3}+1 \\ &= -\tfrac{4}{3}-\tfrac{4}{3}+\tfrac{3}{3} \\ &= \boxed{-\tfrac{5}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(c) &= -3(\sqrt{3}-1)^2 - 2(\sqrt{3}-1)+1 \\ &= -3(3-2\sqrt{3}+1) - 2\sqrt{3}+2+1 \\ &= -9+6\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}+3 \\ &= \boxed{4\sqrt{3}-9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(a) &= \frac{1-2}{-2-\frac{2}{-2}} \\ &= \frac{-1}{-2+1} \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(b) &= \frac{1+\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}-2\times\frac{3}{2}} \\ &= \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{3}-\frac{9}{3}} \\ &= \frac{5}{3}\times\frac{3}{-7} \\ &= \boxed{-\frac{5}{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(c) &= \frac{1+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1-\frac{2}{\sqrt{3}-1}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\frac{3-2\sqrt{3}+1-2}{\sqrt{3}-1}} \\ &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2(1-\sqrt{3})} \\ &= \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} &= \sqrt{\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)} \\ &= \sqrt{2^2-\sqrt{2+\sqrt{2}}^2} \\ &= \sqrt{4-\left(2+\sqrt{2}\right)} \\ &= \sqrt{4-2-\sqrt{2}} \\ &= \boxed{\sqrt{2-\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{x-y}{x+y}} &= \frac{\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}}{\dfrac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}} \\ &= \frac{x^2+2xy+y^2-(x^2-2xy+y^2)}{(x-y)(x+y)}\times\frac{(x-y)(x+y)}{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2} \\ &= \frac{4xy}{2x^2+2y^2} \\ &= \boxed{\frac{2xy}{x^2+y^2}} \end{aligned}$$

3. **(a)**
$$\begin{aligned} \cos^4(x)-\sin^4(x) &= (\cos^2(x)-\sin^2(x))(\cos^2(x)+\sin^2(x)) \\ &= \cos(2x)\times 1 \\ &= \boxed{\cos(2x)} \end{aligned}$$

(b) *Plusieurs méthodes possibles. En voici une :*

- On rappelle les deux formules d'addition :
  $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ et $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$.
  En soustrayant, on obtient $2\sin(a)\sin(b) = \cos(a-b) - \cos(a+b)$.
  En prenant $a = \frac{\pi}{3} - x$ et $b = \frac{\pi}{3} + x$, on a:
  $2\sin(\frac{\pi}{3} - x)\sin(\frac{\pi}{3} + x) = \cos(-2x) - \cos(\frac{2\pi}{3}) = \cos(2x) + \frac{1}{2}$.
  Donc $4\sin(x)\sin(\frac{\pi}{3} - x)\sin(\frac{\pi}{3} + x) = 2\sin(x)(\cos(2x) + \frac{1}{2}) = \sin(x)(2\cos(2x) + 1)$
- $$\begin{aligned}\sin(3x) &= \sin(x+2x)\\ &= \sin(x)\cos(2x) + \cos(x)\sin(2x)\\ &= \sin(x)\cos(2x) + 2\cos(x)\sin(x)\cos(x)\\ &= \sin(x)(\cos(2x) + 2\cos^2(x))\\ &= \sin(x)(\cos(2x) + 1 + \cos(2x)) \quad \text{car } \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1\\ &= \sin(x)(2\cos(2x) + 1)\end{aligned}$$

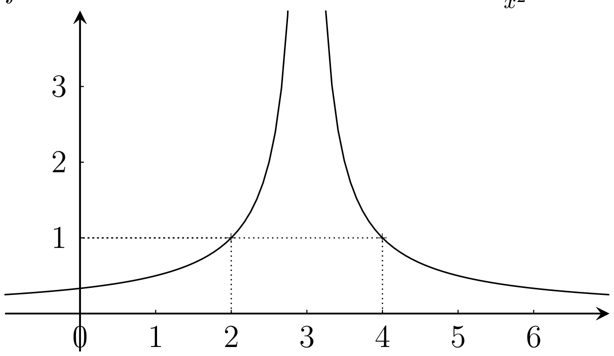
On a donc bien $\boxed{\sin(3x) = 4\sin(x)\sin(\frac{\pi}{3} - x)\sin(\frac{\pi}{3} + x)}$.

4. $$\begin{aligned}\det\left(2\overrightarrow{u} - 4\overrightarrow{v}; \tfrac{1}{3}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) &= 2\det(\overrightarrow{u}; \tfrac{1}{3}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) - 4\det(\overrightarrow{v}; \tfrac{1}{3}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})\\ &= 2\det(\overrightarrow{u}; \tfrac{1}{3}\overrightarrow{u}) + 2\det(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) - 4 \times \tfrac{1}{3}\det(\overrightarrow{v}; \overrightarrow{u}) - 4\det(\overrightarrow{v}; \overrightarrow{v})\\ &= 0 + 2 \times \|\overrightarrow{u}\| \times \|\overrightarrow{v}\|\sin(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) - \tfrac{4}{3} \times \|\overrightarrow{v}\| \times \|\overrightarrow{u}\|\sin(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u}) + 0\\ &= 2 \times 3 \times 5 \times \sin(-\tfrac{\pi}{4}) - \tfrac{4}{3} \times 5 \times 3 \times \sin(\tfrac{\pi}{4})\\ &= -30 \times \tfrac{\sqrt{2}}{2} - 20 \times \tfrac{\sqrt{2}}{2}\\ &= \boxed{-25\sqrt{2}}\end{aligned}$$

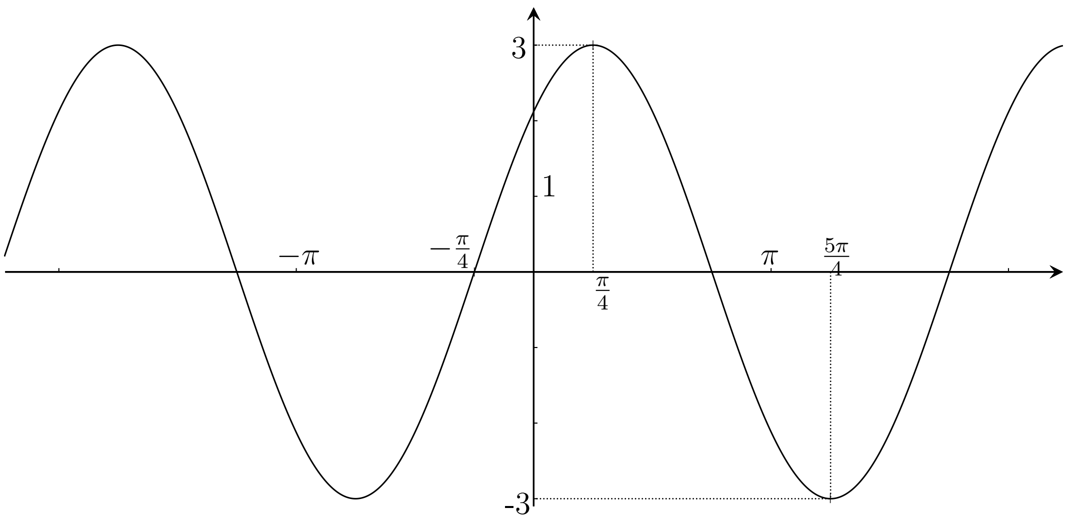
$$\begin{aligned}(\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}).(-3\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{v}) &= \overrightarrow{u}(-3\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{v}) + 2\overrightarrow{v}(-3\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{v})\\ &= -3\overrightarrow{u}.\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} - 6\overrightarrow{v}.\overrightarrow{u} + 8\overrightarrow{v}.\overrightarrow{v}\\ &= -3 \times \|\overrightarrow{u}\|^2 - 2\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} + 8\|\overrightarrow{v}\|^2\\ &= -3 \times 3^2 - 2 \times \|\overrightarrow{u}\| \times \|\overrightarrow{v}\|\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) + 8 \times 5^2\\ &= -3 \times 3^2 - 2 \times 3 \times 5\cos(-\tfrac{\pi}{4}) + 8 \times 5^2\\ &= -27 - 30 \times \tfrac{\sqrt{2}}{2} + 200\\ &= \boxed{173 - 15\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Correction 2.

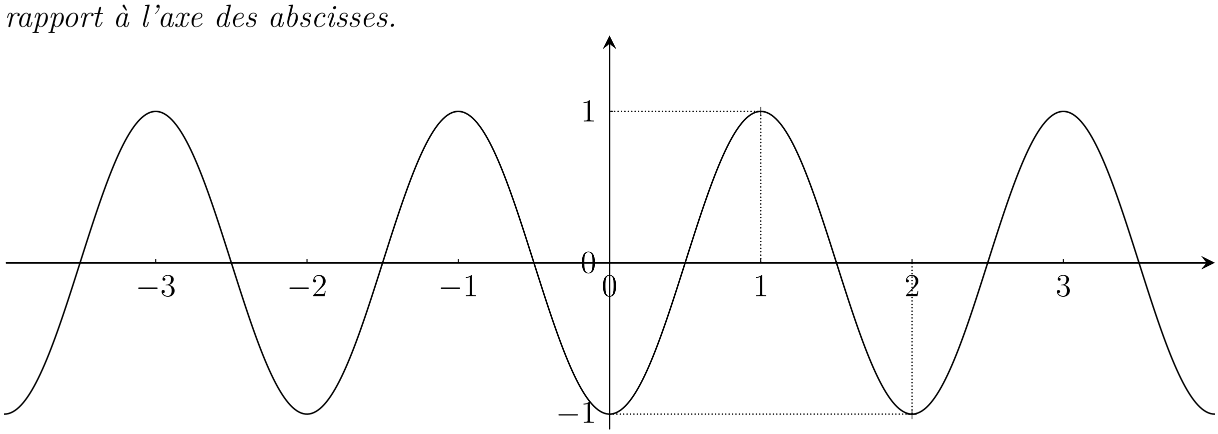
f : *on se base sur la courbe de* $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ *et on la décale horizontalement de* 3 *vers la droite.*



g : on se base sur la courbe de g, on la décale horizontalement de $\frac{\pi}{4}$ vers la gauche, et on multiplie toutes les ordonnées par 3.



h : on part de la courbe de cosinus mais on divise les abscisses par π, et on prend la symétrique par rapport à l'axe des abscisses.



Correction 3.

1. $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times (-3) + 3 \times 4 = 0$, donc $\boxed{ABC \text{ est un triangle rectangle en } A}$.

2. $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{9+16} = 5$

$\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ et donc $\|\overrightarrow{CB}\| = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 25} = 5\sqrt{2}$.

Donc $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 3 \times 7 + (-4) \times (-1) = 25$
Or, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CB}\| \times \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$
donc $25 = 5 \times 5\sqrt{2} \times \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ donc $\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ donc $\boxed{\widehat{BCA} = \dfrac{\pi}{4}}$.

3. G est le barycentre de $(A,1), (B,1)$ et $(C,1)$.
Donc $x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C) = \frac{1}{3}(-1+3-4) = -\frac{2}{3}$
et $y_G = \frac{1}{3}(-1+2+3) = \frac{4}{3}$.
$\boxed{\text{Les coordonnées de } G \text{ sont } (-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}).}$

4. On cherche $D(x,y)$ tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
Or $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \iff \begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4-x\\3-y\end{pmatrix} \iff \begin{cases}4=-4-x\\3=3-y\end{cases} \iff \begin{cases}x=-8\\y=0\end{cases}$
Donc $\boxed{D(-8,0)}$.

5. **(a)** $\overrightarrow{u}=\begin{pmatrix}\frac{4}{5}\\\frac{3}{5}\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{v}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{5}\\\frac{4}{5}\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=\frac{4}{5}\times(-\frac{3}{5})+\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=0$ donc $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ est orthogonale.
$\|\overrightarrow{u}\|=\sqrt{\frac{16}{25}+\frac{9}{25}}=1$ et $\|\overrightarrow{v}\|=\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}=1$, donc $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ est normée.
$\det(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{vmatrix}\frac{4}{5}&-\frac{3}{5}\\\frac{3}{5}&\frac{4}{5}\end{vmatrix}=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\times(-\frac{3}{5})=1>0$ donc $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ est directe.

(b) $\overrightarrow{j}\cdot\overrightarrow{u}=0\times\frac{4}{5}+1\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$ et $\overrightarrow{j}\cdot\overrightarrow{v}=0\times\left(-\frac{3}{5}\right)+1\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$

Comme $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ est une base orthonormée, $\boxed{\text{les coordonnées de } \overrightarrow{j} \text{ sont } \begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\\frac{4}{5}\end{pmatrix}}$.

Correction 4.

1. $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est au signe près, l'aire du parallélogramme formé sur $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
Or le triangle ABC est la moitié de ce parallélogramme, donc l'aire de ABC est bien au signe près, la moitié du déterminant.
Donc $\mathcal{A}^2=(\frac{1}{2}\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}))^2=\frac{1}{4}\left(\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\right)^2$, et l'aire est positive, donc $\boxed{\mathcal{A}=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\right)^2}}$.

2.
- D'une part, $(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})^2=\overrightarrow{BC}^2=BC^2=a^2$.
- D'autre part,

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})^2&=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})\\&=\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC}\\&=c^2-2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+b^2\end{aligned}$$

Donc on a $a^2=c^2+b^2-2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ soit $2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=c^2+b^2-a^2$, et donc $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2}}$.

3.

$$\begin{aligned}(\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}))^2+(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})^2&=\left(\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times\sin(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\right)^2+\left(\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times\sin(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\right)^2\\&=c^2b^2\sin^2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+c^2b^2\cos^2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\\&=c^2b^2\left(\sin^2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+\cos^2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\right)\\&=\boxed{b^2c^2}\end{aligned}$$

4. On déduit que

$$\begin{aligned}(\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}))^2&=b^2c^2-(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})^2\\&=b^2c^2-\left(\tfrac{b^2+c^2-a^2}{2}\right)^2\\&=\left(bc+\tfrac{b^2+c^2-a^2}{2}\right)\left(bc-\tfrac{b^2+c^2-a^2}{2}\right)\\&=\left(\tfrac{1}{2}(2bc+b^2+c^2-a^2)\right)\left(\tfrac{1}{2}(2bc-b^2-c^2+a^2)\right)\\&=\tfrac{1}{4}\left(b^2+c^2+2bc-a^2\right)\left(a^2-(b^2+c^2-2bc)\right)\\&=\tfrac{1}{4}\left((b+c)^2-a^2\right)\left(a^2-(b-c)^2\right)\\&=\tfrac{1}{4}\left((b+c+a)(b+c-a)\right)\left((a+(b-c))(a-(b-c))\right)\\&=\tfrac{1}{4}(a+b+c)(-a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)\end{aligned}$$

Donc $\frac{1}{4}(\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}))^2 = \dfrac{a+b+c}{2} \times \dfrac{-a+b+c}{2} \times \dfrac{a-b+c}{2} \times \dfrac{a+b-c}{2}$

Or, $p-a = \dfrac{a+b+c}{2} - \dfrac{2a}{2} = \dfrac{a+b+c-2a}{2} = \dfrac{-a+b+c}{2}$

De même, $p-b = \dfrac{a-b+c}{2}$ et $p-c = \dfrac{a+b-c}{2}$.

On retrouve donc bien $\boxed{\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$.

5. Avec ces valeurs, $p = \frac{1}{2}(5+7+8) = 10$, donc :
$\mathcal{A} = \sqrt{10 \times (10-5) \times (10-7) \times (10-8)} = \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = 10\sqrt{3}$.
$\boxed{\text{L'aire de ce triangle est } 10\sqrt{3}\text{cm}^2.}$

Correction 5.

1. $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires $\iff \overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$.

Or $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2m \\ m+3 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ 1-m \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m-6 \\ -2m+6 \\ 2m^2-4m-6 \end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires $\iff 2m-6=0$ et $-2m+6=0$ et $2m^2-4m-6=0$.

Or $2m-6=0 \iff m=3$, donc $m=3$ est la seule valeur potentielle, et elle convient pour les deux autres équations : $-2\times 3+6=0$ et $2\times 3^2 - 4\times 3 - 6 = 18-12-6=0$.

Donc $\boxed{\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont colinéaires} \iff m=3}$.

2. $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux $\iff \overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0$.
Or $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = -4m + (m+3)(1-m) - 3 = -6m - m^2 = -m(6+m)$.
Donc $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 0 \iff m=0$ ou $6+m=0 \iff m=0$ ou $m=-6$.
Donc $\boxed{\text{les valeurs de } m \text{ telles que } \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ soient orthogonaux sont } 0 \text{ et } -6}$.

Correction 6.

1.
$$\begin{aligned}\tan(2x+\tfrac{\pi}{3}) = 1 &\iff \tan(2x+\tfrac{\pi}{3}) = \tan(\tfrac{\pi}{4}) \\ &\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } 2x+\tfrac{\pi}{3} = \tfrac{\pi}{4}+k\pi \\ &\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } 2x = -\tfrac{\pi}{12}+k\pi \\ &\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } x = -\tfrac{\pi}{24}+k\tfrac{\pi}{2}\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Les solutions sont les réels } -\tfrac{\pi}{24}+k\tfrac{\pi}{2} \text{ avec } k \text{ dans } \mathbb{Z}.}$

2.
$$\begin{aligned}\cos(3x)+\cos(x-\tfrac{\pi}{4}) = 0 &\iff \cos(3x) = -\cos(x-\tfrac{\pi}{4}) \\ &\iff \cos(3x) = \cos(\pi+(x-\tfrac{\pi}{4})) \\ &\iff \cos(3x) = \cos(x+\tfrac{3\pi}{4}) \\ &\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } 3x = x+\tfrac{3\pi}{4}+2k\pi \\ &\qquad \text{ou } 3x = -(x+\tfrac{3\pi}{4})+2k\pi\end{aligned}$$

- $3x = x+\frac{3\pi}{4}+2k\pi \iff 2x = \frac{3\pi}{4}+2k\pi \iff x = \frac{3\pi}{8}+k\pi$
- $3x = -(x+\frac{3\pi}{4})+2k\pi \iff 3x = -x-\frac{3\pi}{4}+2k\pi \iff 4x = -\frac{3\pi}{4}+2k\pi \iff x = -\frac{3\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}$

Donc $\boxed{\text{les solutions sont les nombres } \tfrac{3\pi}{8}+k\pi \text{ et } \tfrac{-3\pi}{16}+k\tfrac{\pi}{2} \text{ avec } k \text{ dans } \mathbb{Z}}$.

3. $A = \sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2} = 2$
On cherche φ tel que $\cos(\varphi) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\varphi) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On peut prendre $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

$$\begin{aligned}
\text{Ainsi,}\quad \cos(x)-\sqrt{3}\sin(x)=\sqrt{3} &\iff 2\cos(x+\tfrac{\pi}{3})=\sqrt{3}\\
&\iff \cos(x+\tfrac{\pi}{3})=\cos(\tfrac{\pi}{6})\\
&\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } x+\tfrac{\pi}{3}=\tfrac{\pi}{6}+2k\pi \text{ ou } x+\tfrac{\pi}{3}=-\tfrac{\pi}{6}+2k\pi\\
&\iff \text{il existe } k \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } x=-\tfrac{\pi}{6}+2k\pi \text{ ou } x=-\tfrac{\pi}{2}+2k\pi\\
&\quad (\text{car } \tfrac{\pi}{6}-\tfrac{\pi}{3}=\tfrac{\pi}{6}-\tfrac{2\pi}{6}=-\tfrac{\pi}{6} \text{ et } -\tfrac{\pi}{6}-\tfrac{\pi}{3}=\tfrac{-\pi-2\pi}{6}=-\tfrac{3\pi}{6}=-\tfrac{\pi}{2})
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Les solutions sont les réels } -\tfrac{\pi}{6}+2k\pi \text{ et } -\tfrac{\pi}{2}+2k\pi \text{ avec } k \text{ dans } \mathbb{Z}.}$

Correction 7.

- $f=(f_1\circ f_2)\times f_3$ avec $f_1(x)=\ln(x)$ et $f_2(x)=3x+2$ et $f_3(x)=\frac{1}{x^2}$
  $\star$ $\mathcal{D}_{f_2}=\mathbb{R}$ et $f_2(x)\in\mathcal{D}_{f_1}\iff 3x+2>0\iff 3x>-2\iff x>-\frac{2}{3}$
  donc $\mathcal{D}_{f_1\circ f_2}=]-\frac{2}{3},+\infty[$
  $\star$ $\mathcal{D}_{f_3}=\mathbb{R}\backslash\{0\}$
  Donc $\boxed{\mathcal{D}_f=]-\frac{2}{3},0[\cup]0,+\infty[}$.

- $g=g_1\circ g_2$ avec $g_1(x)=x^3$ et $g_2(x)=\dfrac{7x-5}{3x+4}$.
  g_2 est une fraction rationnelle et $3x+4\neq 0\iff x\neq-\frac{4}{3}$ donc $\mathcal{D}_{g_2}=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{4}{3}\right\}$.
  g_1 est défini sur $\mathbb{R}$ donc $g_2(x)\in\mathcal{D}_{g_1}$ est toujours vraie.
  Donc $\boxed{\mathcal{D}_g=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{4}{3}\right\}}$.

- $h=\dfrac{h_1\circ h_2}{h_3}$ avec $h_1(x)=\sqrt{x}$, $h_2(x)=-2x+7$ et $h_3(x)=x-3$.
  $\star$ $\mathcal{D}_{h_2}=\mathbb{R}$ et $h_2(x)\in\mathcal{D}_{h_1}\iff -2x+7\geqslant 0\iff 7\geqslant 2x\iff x\leqslant\frac{7}{2}$
  donc $\mathcal{D}_{h_1\circ h_2}=]-\infty,\frac{7}{2}]$.
  $\star$ $D_{h_3}=\mathbb{R}$
  $\star$ $h_3(x)\neq 0\iff x\neq 3$
  Donc $\boxed{\mathcal{D}_h=]-\infty,3[\cup]3,\frac{7}{2}]}$.