# Corrigé du DM n°5

## Correction 1.

**1.** $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Et $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$ et $BC = \sqrt{1^2+(-4)^2} = \sqrt{17}$ et $AC = \sqrt{3^2+(-2)^2} = \sqrt{13}$

- $\widehat{ABC}$ : $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{BA \times BC}$.

  Or $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} = -2+8 = 6$ donc $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{6}{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{17}} = \dfrac{3}{\sqrt{34}}$.

  Avec la calculatrice, on trouve $\boxed{\widehat{ABC} \approx 59,0°}$.

- $\widehat{BCA}$ : même formule, et $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 3+8 = 11$.

  Donc $\cos(\widehat{BCA}) = \dfrac{11}{\sqrt{17}\sqrt{13}}$ donc $\boxed{\widehat{BCA} \approx 42,3°}$.

- $\widehat{BAC}$ : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 2 \times 3 + 2 \times (-2) = 2$ donc $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{2}{2\sqrt{2}\sqrt{13}} = \dfrac{1}{\sqrt{26}}$ et donc $\boxed{\widehat{BAC} \approx 78,7°}$.

*La somme fait environ 179,99 donc les résultats sont cohérents. On pouvait aussi calculer le dernier à partir des deux premiers.*

**2.** L'aire de $ABC$ est la moitié de l'aire du parallélogramme formé par $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
Pour le parallélogramme, l'aire est au signe près $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
Or $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -4-6 = -10$.
Donc l'aire du parallélogramme est 10, donc $\boxed{\text{l'aire du triangle } ABC \text{ est 5 unités d'aire}}$.

## Correction 2.

**1.** **(a)** $m = 0$ donc $f(x) = p$, et la courbe de $f$ passe par $A(2,1)$, donc $f(3) = 2$ donc $p = 2$ : $\boxed{f(x) = 2}$

**(b)** $m = -3$ donc $f(x) = -3x + p$ et $f(2) = 1$ donc $1 = -3 \times 2 + p$ donc $p = 1+6 = 7$ : $\boxed{f(x) = -3x+7}$

**(c)** $f(x) = 2x + p$ et $f(-1) = 1$ donc $1 = 2 \times (-1) + p$ donc $p = 1+2 = 3$ : $\boxed{f(x) = 2x+3}$.

**2.** **(a)** $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4-3}{-2-1} = -\dfrac{1}{3}$ donc $f(x) = -\frac{1}{3}x + p$.
Or $f(1) = 3$ donc $3 = -\frac{1}{3} + p$ donc $p = \frac{10}{3}$.
Donc $\boxed{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}}$.

**(b)** $m = \dfrac{1-1}{4-(-2)} = 0$ donc $f(x) = p$. Or $f(-2) = 1$ donc $p = 1$ donc $\boxed{f(x) = 1}$.

**(c)** $m = \dfrac{-4+5}{-1-3} = \dfrac{1}{-4}$ donc $f(x) = -\frac{1}{4}x + p$. Or $f(3) = -5$ donc $-5 = -\frac{3}{4} + p$ donc $p = -\frac{17}{4}$.
Donc $\boxed{f(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{17}{4}}$.

## Correction 3.

- Étude de $A$ :
  - ⋆ $-\frac{b}{2a} = \frac{12}{4} = 3$ et $a = 1 > 0$ donc $\boxed{A \text{ est décroissante sur } ]-\infty, 3] \text{ et croissante sur } [3, +\infty[}$.
  - ⋆ $\Delta = -8$ donc $x_1 = \frac{12 - i\sqrt{8}}{2\times 2} = \frac{12 - i2\sqrt{2}}{4} = 3 - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $x_2$ est le conjugué donc $x_2 = 3 + i\frac{\sqrt{2}}{2}$.
    $\boxed{\text{les racines sont } x_1 = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \text{ et } x_2 = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}i}$.
  - ⋆ $A$ n'a pas de racine réelle, et $a > 0$ donc $\boxed{A(x) \text{ est positive pour tout } x \text{ de } \mathbb{R}}$
  - ⋆ Pas de factorisation sur $\mathbb{R}$.
- Étude de $B$ : (*réponses seulement*)
  - ⋆ $\boxed{B \text{ est croissante sur } ]-\infty, 2] \text{ et décroissante sur } [2, +\infty[}$.
  - ⋆ $\Delta = 4$ et $\boxed{\text{les racines sont } x_1 = 3 \text{ et } x_2 = 1}$.
  - ⋆ $\boxed{B(x) \text{ est strictement positive sur } ]1, 3[ \text{ et strictement négative sur } ]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[}$.
  - ⋆ Forme factorisée : $\boxed{B(x) = -(x-1)(x-3)}$.
- Étude de $C$ : (*réponses seulement*)
  - ⋆ $\boxed{C \text{ est décroissante sur } ]-\infty, -\frac{5}{2}] \text{ et croissante sur } [-\frac{5}{2}, +\infty[}$.
  - ⋆ $\Delta = \frac{9}{4}$ et $\boxed{\text{les racines sont } x_1 = -4 \text{ et } x_2 = -1}$.
  - ⋆ $\boxed{C(x) \text{ est strictement positive sur } ]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[ \text{ et strictement négative sur } ]-4, -1[}$.
  - ⋆ Forme factorisée : $\boxed{C(x) = \frac{1}{2}(x+4)(x+1)}$.

## Correction 4. réponses

**1.** $P(-4) = 0$ puis $P(x) = (x+4)(-2x^2 + 4x + 30)$ et enfin $\boxed{P(x) = -2(x+4)(x+3)(x-5)}$.

**2.** $Q(2) = 0$ et $Q(x) = (x-2)(3x^2 - 12x + 12)$ puis $\boxed{Q(x) = 3(x-2)^3}$.