

DEVOIR MAISON N°13

pour Mardi 17 décembre, 10h

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

1. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' - 3y = 1 + \sin(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

2. Résoudre $y' + \frac{1}{2}y = e^{-\frac{t}{2}}$.

3. Résoudre en cherchant les solutions à valeurs réelles :

(a) $2y'' - 2y' + \frac{5}{2}y = 10$

(b) $y'' + 3y' + 2y = -e^x$

(c) $y'' + 2y' + y = 8e^{3x} + \cos(2x)$.

Exercice 2.

Le 11 mars 2011, suite à un important séisme, trois des six réacteurs de la centrale nucléaire de Fukushima ont subi des fusions partielles de cœur et toutes les piscines d'entreposage des éléments nucléaires irradiés ont subi un défaut de refroidissement. Des rejets dans l'atmosphère ont disséminé des éléments radioactifs importants sur le plan sanitaire tels que l'iode 131 et le césium 137.

1. La « vitesse de désintégration » d'un corps radioactif, c'est-à-dire le nombre de noyaux qui se désintègrent à un instant t , est proportionnelle au nombre de noyaux $N(t)$ présent à l'instant t . On peut donc écrire $N'(t) = -\lambda N(t)$ où λ est le facteur de proportionnalité, qui est une constante caractéristique de la matière considérée, et t sera le temps en années.

Résoudre l'équation différentielle avec pour condition initiale $N(0) = N_0$.

2. La radioactivité se mesure par l'« activité » du corps, qui est le nombre de désintégrations par unité de temps. L'unité est le Becquerel (Bq).

L'activité A est donc définie par $A(t) = -N'(t)$. Exprimer $A(t)$.

3. La demi-vie est le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité. Le césium 137 a pour demi-vie 30,15 ans.

(a) Calculer sa constante radioactive λ .

(b) Le 22 mars 2011, l'IRSN (institut de radioprotection et de sécurité nucléaire) avait relevé une activité radioactive A du césium 137 de $6 \times 10^{15} Bq$. Évaluer cette activité le 11 mars 2023 dans la centrale de Fukushima.

4. La contamination des sols et de l'air est principalement due à cet élément.

À partir de quelle année la centrale pourrait-elle avoir une activité inférieure à $37k Bq$, limite inférieure à la contamination selon l'UNSCEAR (United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation) ?

DEVOIR MAISON N°13

pour Mardi 17 décembre, 10h

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

1. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' - 3y = 1 + \sin(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

2. Résoudre $y' + \frac{1}{2}y = e^{-\frac{t}{2}}$.

3. Résoudre en cherchant les solutions à valeurs réelles :

(a) $2y'' - 2y' + \frac{5}{2}y = 10$

(b) $y'' + 3y' + 2y = -e^x$

(c) $y'' + 2y' + y = 8e^{3x} + \cos(2x)$.

Exercice 2.

Le 11 mars 2011, suite à un important séisme, trois des six réacteurs de la centrale nucléaire de Fukushima ont subi des fusions partielles de cœur et toutes les piscines d'entreposage des éléments nucléaires irradiés ont subi un défaut de refroidissement. Des rejets dans l'atmosphère ont disséminé des éléments radioactifs importants sur le plan sanitaire tels que l'iode 131 et le césium 137.

1. La « vitesse de désintégration » d'un corps radioactif, c'est-à-dire le nombre de noyaux qui se désintègrent à un instant t , est proportionnelle au nombre de noyaux $N(t)$ présent à l'instant t . On peut donc écrire $N'(t) = -\lambda N(t)$ où λ est le facteur de proportionnalité, qui est une constante caractéristique de la matière considérée, et t sera le temps en années.

Résoudre l'équation différentielle avec pour condition initiale $N(0) = N_0$.

2. La radioactivité se mesure par l'« activité » du corps, qui est le nombre de désintégrations par unité de temps. L'unité est le Becquerel (Bq).

L'activité A est donc définie par $A(t) = -N'(t)$. Exprimer $A(t)$.

3. La demi-vie est le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité. Le césium 137 a pour demi-vie 30,15 ans.

(a) Calculer sa constante radioactive λ .

(b) Le 22 mars 2011, l'IRSN (institut de radioprotection et de sécurité nucléaire) avait relevé une activité radioactive A du césium 137 de $6 \times 10^{15} Bq$. Évaluer cette activité le 11 mars 2023 dans la centrale de Fukushima.

4. La contamination des sols et de l'air est principalement due à cet élément.

À partir de quelle année la centrale pourrait-elle avoir une activité inférieure à $37k Bq$, limite inférieure à la contamination selon l'UNSCEAR (United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation) ?

DEVOIR MAISON N°13
pour Mardi 17 décembre, 10h

VERSION « MOINS MAIS BIEN ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

1. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' - 3y = 1 + \sin(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

3. Résoudre en cherchant les solutions à valeurs réelles :

(a) $2y'' - 2y' + \frac{5}{2}y = 10$

(b) $y'' + 3y' + 2y = -e^x$

Exercice 2.

Le 11 mars 2011, suite à un important séisme, trois des six réacteurs de la centrale nucléaire de Fukushima ont subi des fusions partielles de cœur et toutes les piscines d'entreposage des éléments nucléaires irradiés ont subi un défaut de refroidissement. Des rejets dans l'atmosphère ont disséminé des éléments radioactifs importants sur le plan sanitaire tels que l'iode 131 et le césium 137.

1. La « vitesse de désintégration » d'un corps radioactif, c'est-à-dire le nombre de noyaux qui se désintègrent à un instant t , est proportionnelle au nombre de noyaux $N(t)$ présent à l'instant t . On peut donc écrire $N'(t) = -\lambda N(t)$ où λ est le facteur de proportionnalité, qui est une constante caractéristique de la matière considérée, et t sera le temps en années.

Résoudre l'équation différentielle avec pour condition initiale $N(0) = N_0$.

2. La radioactivité se mesure par l'« activité » du corps, qui est le nombre de désintégrations par unité de temps. L'unité est le Becquerel (Bq).

L'activité A est donc définie par $A(t) = -N'(t)$. Exprimer $A(t)$.

3. La demi-vie est le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité. Le césium 137 a pour demi-vie 30,15 ans.

(a) Calculer sa constante radioactive λ .

DEVOIR MAISON N°13
pour Mardi 17 décembre, 10h

VERSION « MOINS MAIS BIEN ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

1. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' - 3y = 1 + \sin(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

3. Résoudre en cherchant les solutions à valeurs réelles :

(a) $2y'' - 2y' + \frac{5}{2}y = 10$

(b) $y'' + 3y' + 2y = -e^x$

Exercice 2.

Le 11 mars 2011, suite à un important séisme, trois des six réacteurs de la centrale nucléaire de Fukushima ont subi des fusions partielles de cœur et toutes les piscines d'entreposage des éléments nucléaires irradiés ont subi un défaut de refroidissement. Des rejets dans l'atmosphère ont disséminé des éléments radioactifs importants sur le plan sanitaire tels que l'iode 131 et le césium 137.

1. La « vitesse de désintégration » d'un corps radioactif, c'est-à-dire le nombre de noyaux qui se désintègrent à un instant t , est proportionnelle au nombre de noyaux $N(t)$ présent à l'instant t . On peut donc écrire $N'(t) = -\lambda N(t)$ où λ est le facteur de proportionnalité, qui est une constante caractéristique de la matière considérée, et t sera le temps en années.

Résoudre l'équation différentielle avec pour condition initiale $N(0) = N_0$.

2. La radioactivité se mesure par l'« activité » du corps, qui est le nombre de désintégrations par unité de temps. L'unité est le Becquerel (Bq).

L'activité A est donc définie par $A(t) = -N'(t)$. Exprimer $A(t)$.

3. La demi-vie est le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité. Le césium 137 a pour demi-vie 30,15 ans.

(a) Calculer sa constante radioactive λ .