

CALCULS.

\iff est un symbole logique qui traduit une relation d'équivalence, et se lit « si et seulement si », ou « est équivalent à ». On ne l'utilisera pour l'instant que dans les équations.

Exercice 1.

Résoudre les équations suivantes.

Méthode : « les x d'un côté, les nombres de l'autre » (développer avant si besoin)

Exemples de présentations possibles : $3x - 12 = 0 \iff 3x = 12$ OU $3x - 12 = 0$
 $\iff x = \frac{12}{3}$ $3x = 12$
 $\iff \underline{x = 4}$ $x = \frac{12}{3}$
 $x = 4$

(a) $3x - 4 = 11 + 2x$

(d) $5(3x - 2) - (4x - 1) = 2x + 7$

(b) $\frac{7}{2} - \frac{1}{5}x = 0$

(e) $(2x - 1)^2 - (4x + 3)(x - 2) = 0$

(c) $\frac{1}{2} - x = \frac{x}{4} + \frac{2}{3}$

(f) $\sqrt{3}x + 4 = 1$

Exercice 2.

Résoudre les systèmes suivants.

Indications : on peut procéder par substitution : on utilise l'une des deux équations pour exprimer une inconnue en fonction de l'autre, et on remplace dans l'autre équation. Penser à numéroter les équations pour clarifier la rédaction.

Exemple :
$$\begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ -3x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$$

D'après (1), $y = 2x - 3$.

On remplace dans (2) on obtient $-3x + 2(2x - 3) = 1$
 $-3x + 4x - 6 = 1$
 $x = 7$

Donc $y = 2 \times 7 - 3 = 11$.

Finalement $\boxed{x = 7 \text{ et } y = 11}$.

(a) $\begin{cases} x - 4y = 1 \\ 2y = 3 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$

★ 4. $\begin{cases} -2x + 5y = 0 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

Exercice 3.

Dans chaque cas, calculer :

★ les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} ,

★ les coordonnées du milieu I de $[AB]$,

★ la norme de \overrightarrow{AB}

★ les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$.

1. $A(1, 4)$ et $B(-2, 0)$

2. $A(-1, 3)$ et $B(1, 1)$

3. $A(\frac{2}{3}, 2)$ et $B(-1, 0)$

4. $A(0, 1)$ et $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

Exercice 4.

Donner la forme algébrique des nombres suivants.

Indications : on rappelle que $i^2 = -1$ et que la forme algébrique d'un nombre complexe est $a + ib$ avec a et b des nombres réels.

$$z_1 = 3 + 2i - (4 + i)$$

$$z_3 = \left(\frac{1}{2} - 3i\right)^2$$

$$z_2 = (3 - i)(2 + 2i)$$

$$z_4 = 2i - 3(4i - 5) + 12(1 + i)^2$$

Exercice 5.

Résoudre les équations suivantes en se ramenant au premier degré (en factorisant si nécessaire).

Indications : On rappelle le théorème du produit nul : si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple : $(3x + 4)(x - 2) = 0 \iff 3x + 4 = 0$ ou $x - 2 = 0$

$$\iff 3x = -4$$
 ou $x = 2$

$$\iff \underline{x = -\frac{4}{3}}$$
 ou $x = 2$

(a) $(-5x - 2)(1 - 5x) = 0$

(d) $(2x + 1)(-3x + 4) + 2x + 1 = 0$

(b) $54(6 - 5x)x(10x - 9) = 0$

(e) $(3x + 4)^2 - 2(3x + 4)(5x - 1) = 0$

(c) $(x + 3)(2x - 5) + 4(x + 3) = 0$

(f) $(3x - 5)(x + 2) = (3x - 5)^2$

Réponses**Correction 1.**

(a) $x = 15$ **(b)** $x = \frac{35}{2}$ **(c)** $x = -\frac{2}{15}$ **(d)** $x = \frac{16}{9}$ **(e)** $x = -7$ **(f)** $x = -\sqrt{3}$.

Correction 2.

(a) $x = 7, y = \frac{3}{2}$ **(b)** $x = \frac{8}{5}, y = -\frac{2}{5}$ **(c)** $x = -12, y = 18$ **(d)** $x = \frac{20}{19}, y = \frac{8}{19}$

Correction 3.

1. $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$I\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\|\vec{AB}\| = 5$$

$$C(7, 12)$$

2. $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$I(0, 2)$$

$$\|\vec{AB}\| = 2\sqrt{2}$$

$$C(-5, 7)$$

3. $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} \\ -2 \end{pmatrix}$

$$I\left(-\frac{1}{6}, 1\right)$$

$$\|\vec{AB}\| = \frac{\sqrt{61}}{3}$$

$$C(4, 6)$$

4. $\vec{AB} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

$$I\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{8}\right)$$

$$\|\vec{AB}\| = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$C\left(-1, \frac{5}{2}\right)$$

Correction 4.

$z_1 = -1 + i$ $z_2 = 8 + 4i$ $z_3 = -\frac{35}{4} - 3i$ $z_4 = 15 + 14i$

Correction 5.

(a) $x = -\frac{2}{5}$ ou $x = \frac{1}{5}$ **(b)** $x = \frac{6}{5}$ ou $x = 0$ ou $x = \frac{9}{10}$ **(c)** $x = -3$ ou $x = \frac{1}{2}$

(d) $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{5}{3}$ **(e)** $x = -\frac{4}{3}$ ou $x = \frac{6}{7}$ **(f)** $x = \frac{5}{3}$ ou $x = \frac{7}{2}$