

DÉTERMINATION DE PRIMITIVES ET CALCULS D'INTÉGRALES

☞ Exercice basique à savoir refaire

Exercice 1.

Sans faire de calculs, associer chaque fonction de la première colonne à une primitive dans la deuxième.

a) $f(x) = e^x + 6x - 4$

i) $F(x) = \frac{2}{2x+1}$

b) $f(x) = 2x \cos(1 + x^2)$

ii) $F(x) = \ln(3x^3 - 7)$

c) $f(x) = \frac{9x^2}{(3x^3 - 7)^2}$

iii) $F(x) = x^2 \sin x$

d) $f(x) = \left(18x + 3\frac{1}{x^2}\right) e^{3x^2 - \frac{1}{x}}$

iv) $F(x) = 3e^{3x^2 - \frac{1}{x}}$

e) $f(x) = \frac{-4}{(2x+1)^2}$

v) $F(x) = e^x + 3x^2 - 4(x-3)$

f) $f(x) = x(2 \sin x + x \cos x)$

vi) $F(x) = \frac{2x+1}{2} \ln(2x+1) - x + 1$

g) $f(x) = \frac{9x^2}{3x^3 - 7}$

vii) $F(x) = -\frac{1}{3x^3 - 7}$

h) $f(x) = \ln(2x+1)$

viii) $F(x) = \sin(1 + x^2)$

☞ Exercice 2.

Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 - 4x + \frac{1}{x}$$

$$j(x) = 3x(x^2 + 7)^4$$

$$n(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x+2}}$$

$$g(x) = e^{3x-4}$$

$$k(x) = \frac{1}{2x}$$

$$p(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$$

$$h(x) = \frac{3x^2+2}{(x^3+2x+4)^5}$$

$$l(x) = 3xe^{x^2}$$

$$q(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$i(x) = \cos^3(x) \sin(x)$$

$$m(x) = \frac{-4x+6}{x^2-3x+5}$$

Exercice 3.

Dans chacun des cas suivants, sur l'intervalle indiqué, déterminer la primitive qui s'annule en x_0 .

1. sur $]0; +\infty[$, $f(x) = \frac{1}{7x} + \sin(3\pi x)$ avec $x_0 = 1$;

2. sur \mathbb{R} , $h(x) = 3x - 7$ avec $x_0 = -1$.

☞ Exercice 4.

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes :

$$A = \int_1^2 1 \, dt \text{ (notée aussi } \int_1^2 dt \text{)}$$

$$B = \int_0^1 e^{-3t} \, dt$$

$$C = \int_0^\pi \left(x^2 + \cos\left(\frac{3x}{2}\right) \right) \, dx$$

$$D = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} \, dx$$

$$E = \int_{-3}^{-2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) \, dx$$

$$F = \int_{-1}^1 4(2x-11)^3 \, dx$$