

I. Fonctions de référence

Expression de $f(x)$	Expression de $f'(x)$	Ensemble de validité	Formules de composées associées (u est une fonction dérivable sur \mathcal{D}_u)		
			Expression de $f(x)$	Expression de $f'(x)$	Ensemble de validité
constante k	0	\mathbb{R}			
x	1	\mathbb{R}			
x^n ($n \in \mathbb{N}^*$)	nx^{n-1}	\mathbb{R}	$(u(x))^n$	$nu'(x)(u(x))^{n-1}$	\mathcal{D}_u
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$] -\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$	$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{(u(x))^2}$	$\{x \in \mathcal{D}_u \mid u(x) \neq 0\}$
$\frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$] -\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$	$\frac{1}{(u(x))^n}$	$-\frac{nu'(x)}{(u(x))^{n+1}}$	$\{x \in \mathcal{D}_u \mid u(x) \neq 0\}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$	$\sqrt{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	$\{x \in \mathcal{D}_u \mid u(x) > 0\}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$]0; +\infty[$	$\ln(u(x))$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\{x \in \mathcal{D}_u \mid u(x) > 0\}$
e^x	e^x	\mathbb{R}	$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$	\mathcal{D}_u
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	\mathbb{R}	$\cos(u(x))$	$-u'(x)\sin(u(x))$	\mathcal{D}_u
$\sin(x)$	$\cos(x)$	\mathbb{R}	$\sin(u(x))$	$u'(x)\cos(u(x))$	\mathcal{D}_u

De plus : polynômes et fractions rationnelles sont dérivables partout où elles sont définies :

.....

Exemples :

- $f(x) = \frac{1}{x^3}$: f est dérivable sur
- $g(x) = e^{\sqrt{x}}$:

II. Opérations sur les dérivées

Soient u et v deux fonctions dérivables sur des ensembles \mathcal{D}_u et \mathcal{D}_v .

- ★ Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, λu est dérivable sur \mathcal{D}_u et $(\lambda u)' = \lambda u'$.
- ★ La fonction $u + v$ est dérivable sur $\mathcal{D}_u \cap \mathcal{D}_v$ et $(u + v)' = u' + v'$.
- ★ La fonction $u \times v$ est dérivable sur $\mathcal{D}_u \cap \mathcal{D}_v$ et $(u \times v)' = u'v + uv'$.
- ★ La fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur $\mathcal{D}_u \cap \{x \in \mathcal{D}_v \mid v(x) \neq 0\}$ et $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.
- ★ La fonction $v \circ u$ est dérivable sur $\{x \in \mathcal{D}_u \mid u(x) \in \mathcal{D}_v\}$ et $(v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)$.



Attention : l'ensemble de dérivabilité ne se détermine pas comme l'ensemble de définition de la dérivée ! Par exemple, \ln est dérivable sur $]0, +\infty[$, alors que sa dérivée a la même expression que la fonction inverse, qui est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Il faut donc bien déterminer l'ensemble de dérivabilité à partir de la fonction, et pas à partir de l'expression de sa dérivée.

Exemples :

- $f(x) = \frac{3x^2 - 7}{\sqrt{x}}$:

- $g(x) = 3x \ln(x)$:

Cas de l'exponentielle complexe : si $f(t) = e^{\varphi(t)}$ avec φ à valeurs complexes, alors $f'(t) = \varphi'(t)e^{\varphi(t)}$.

Exemples : $f(t) = e^{it}$; $g(t) = e^{\frac{2i\pi}{3}t + i\frac{\pi}{4}}$