

TRIGONOMÉTRIE.

☞ Exercice basique à savoir refaire

★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

Exercice 1.

1. En remarquant que $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$, calculer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Ne pas oublier que l'équation $x^2 = a$ a deux solutions lorsque $a > 0$: $x = -\sqrt{a}$ ou \sqrt{a} !

Montrer que l'on peut écrire $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$.

2. Calculer $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et le mettre sous une forme similaire.

☞ Exercice 2.

Calculer :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) \quad C = \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{4}\right)$$

$$B = \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \quad D = \cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

Exercice 3.

Simplifier :

$$A(x) = \sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$C(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$B(x) = \sin(-x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$D(x) = \cos(x - \pi) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)$$

Exercice 4.

Simplifier en utilisant les formules d'addition :

$$A(x) = \sin(4x) \cos(5x) - \sin(5x) \cos(4x)$$

$$C(x) = \frac{\sin(2x)}{\sin(x)} - \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} \quad (\text{pour } x \in]0, \frac{\pi}{2}[)$$

$$B(x) = \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$$

★ Exercice 5.

1. Après avoir justifié que $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$, calculer $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

2. En exprimant $\frac{\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{4}$, calculer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3. Calculer $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 6.

Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[0, 2\pi[$:

(a) $2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{3}$

(c) $\cos(2x) = \cos(\frac{\pi}{6})$

(b) $\cos(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

(d) $\tan(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

☞ Exercice 7.

In each case, find A , ω and φ such that $f(t) = A \cos(\omega t - \varphi)$.

1. $f(t) = \cos(2t) + \sqrt{3} \sin(2t)$

3. $f(t) = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3t}{\pi}\right) - \sin\left(\frac{3t}{\pi}\right)$

2. $f(t) = \cos\left(\frac{t}{\pi}\right) + \sin\left(\frac{t}{\pi}\right)$

4. $f(t) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{t}{2\pi}\right) + \sqrt{6} \sin\left(\frac{t}{2\pi}\right)$