Ensembles.

☞ **Exercice basique à savoir refaire**
★ **Exercice un peu plus difficile, non indispensable**

☞ Quelques ensembles connus.

$\mathbb{N}$: ....

$\mathbb{R}$: ....

$\mathbb{Q}$: ....

$\mathbb{Z}$: ....

$\mathbb{C}$: ....

Liens entre ces ensembles : ....

☞ Exercice 1.

1. $1,4\dots\mathbb{R}$; $-3\dots\mathbb{Q}$; $0\dots\mathbb{R}^{+*}$; $1\dots\mathbb{N}^*$; $\frac{-6}{3}\dots\mathbb{Z}$; $\pi\dots\mathbb{Q}$

2. $E=\{4{,}1\,;\,-2\,;\,11\}$ est un ensemble qui contient ....éléments. $\dots\in E$, mais $\dots\notin E$.

$A=\{4{,}1\,;\,11\}$ alors $A\subset E$, autrement dit .... de E. De plus, $\bar{A}=$ ....

$B=\{-2\,;\,5\}$ .... car ....

$\mathcal{P}(E)=$ ....

3. $I=[-3;4[$: alors $-1,4\dots\ I$; $4\dots\ I$; $-3\dots\ I$; $]-1;2[\dots\ I$; $[0;4]\dots\ I$

4. $[\![1;5[\![\cap\{2;5;-3\}=$.......................... $[\![1;5[\![\cup\{2;5;-3\}=$..........................

$[-1;11]\cap[-3;4[\cap\mathbb{R}^+=$.................... $[-1;11]\cup[-3;4[\cup\mathbb{R}^+=$....................

$[\![-5;0]\!]\setminus\{-1\,;3\}=$........................... $\mathbb{Z}\setminus\,]-\infty,0]=$.............................

☞ Exercice 2.

Soient les ensembles $A=\{1;2;3\}$, $B=\{1;2;3;4;5;6\}$, $C=\emptyset$, $D=\{3;4;5;7\}$, $E=\{4;6;8\}$.

1. Décrire $\mathcal{P}(A)$, l'ensemble des parties de A.

2. Décrire les ensembles $A\cup B$, $A\cap C$, $B\cup D$, $B\cap A$, $E\cap(B\cup D)$, $(E\cap B)\cup D$, $E\cup(B\cap D)$, $(E\cup B)\cap D$.

Exercice 3.

Écrire plus simplement les ensembles suivants :

$A=\{x\in\mathbb{Z}\mid 1\leqslant x^2<12\}$; $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2=2\}$; $C=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2=5\}$

$D=\{x\in\mathbb{R}\mid -x^2-3x+4\geqslant 0 \text{ et } x+3\leqslant 0\}$; $E=\{x\in\mathbb{R}\mid -x^2+3x+4\leqslant 0 \text{ ou } x+1<0\}$

$F=\left\{x\in\mathbb{R}\mid \sin(2x)=\frac{1}{2}\right\}$; $G=\{x\in\mathbb{R}\mid -2x^2+2x-\frac{1}{2}\geqslant 0\}$

$H=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2+\frac{8}{3}x-1<0\}\cap\{x\in\mathbb{R}\mid x+1\geqslant 0\}$

Exercice 4.

On note $A = \{10p,\ p \in \mathbb{N}\}$ et $B = \{2p,\ p \in \mathbb{N}\}$. Est-ce que $A \subset B$? ou $B \subset A$? le prouver.

Exercice 5.

Soient A et B deux ensembles, on suppose que $A \cup B = A \cap B$.
Montrer que $A = B$.

★ Exercice 6.

Soient A, B et C trois ensembles, on suppose que $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C$.
Montrer que $B = C$.

Exercice 7.

Soient A et B deux parties d'un ensemble E.
On définit la ***différence symétrique*** de A et B, notée $A\Delta B$ par $A\Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

1. Représenter par une figure $A\Delta B$ pour deux ensembles A et B.

2. Que vaut $A\Delta B$ si $A \subset B$?

3. Que vaut $A\Delta\emptyset$? Que vaut $A\Delta E$?