Programme de la semaine 3
du 30 septembre au 4 octobre.

Calculs : *un de chaque catégorie, au choix de l'examinateur*

1. Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$:

(a) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{1}{2} \\ -2 \end{pmatrix}$ **(b)** $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ **(c)** $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. Calculer (en fonction de x) le déterminant $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w})$:

(a) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ x \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2x \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$

(b) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 3x \\ -2 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{1}{2} \\ -x \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ x \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

(c) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ 2x \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -x \\ 1 \end{pmatrix}$.

Questions de cours : *2 au choix de l'examinateur*

Géométrie 2 : opérations sur les vecteurs.

- définition du produit scalaire, et propriété fondamentale ;
- calcul détaillé avec étapes justifiées de $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2$;
- calcul du produit scalaire avec les coordonnées, et expression d'un vecteur dans une base orthonormée, avec justification ;
- définition du déterminant dans le plan, propriété fondamentale, et expression avec les coordonnées ;
- $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$, déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$;
- définition du produit vectoriel dans l'espace et propriété fondamentale ;
- si $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ est une base orthonormée directe, $\overrightarrow{i} \wedge \overrightarrow{j} = \ldots$, $\overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{k} = \ldots$ et $\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{i} = \ldots$, et calcul de $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$ où $\overrightarrow{u} = -3\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j} - 7\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{k}$;
- dans une base orthonormée, on donne $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Vérifier qu'ils sont orthogonaux, et déterminer un vecteur $\overrightarrow{w}$ tel que $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w})$ soit une base orthogonale directe, puis construire une base orthonormée directe à partir de cette base ;
- définition du déterminant dans l'espace, propriété fondamentale (bonus : justifier cette propriété) ;
- méthode pour calculer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée ;
- méthode pour déterminer un angle non orienté (plan ou espace), et un angle orienté dans le plan ;
- méthode pour savoir si deux vecteurs sont orthogonaux, colinéaires (dans le plan ou dans l'espace) et méthode pour savoir si trois points A, B et C sont alignés (dans le plan ou dans l'espace).

Questions d'application directe du cours :

- calculer des produits scalaires, vectoriels et des déterminants à partir des coordonnées ;
- montrer qu'une base est orthonormée ;
- construire une base orthonormée directe de l'espace à partir de deux vecteurs orthogonaux ;
- déterminer un angle entre deux vecteurs.

Thèmes généraux des exercices :

- géométrie : les deux chapitres.