

PROGRAMME DE LA SEMAINE 11

du 9 au 13 décembre.

Calculs : un de chaque série, au choix de l'examinateur.

1. Simplifier :

$$A = \frac{\binom{12}{3}}{\binom{11}{5}} \qquad B = \frac{\binom{10}{5}}{\binom{13}{8}} \qquad C = \frac{\binom{18}{2}}{\binom{8}{5}}$$

2. f est-elle solution de l'équation différentielle (\mathcal{E}) ?

(a) $f(x) = 3xe^{-2x}$ et $(\mathcal{E}) : y' - 3xy = xe^{-2x}$ sur \mathbb{R} ;

(b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ et $(\mathcal{E}) : 2y' + y = 2x^2 + 3x - 9$ sur \mathbb{R} ;

(c) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+2}$ et $(\mathcal{E}) : y' + \frac{1}{x+2}y = \frac{2x+1}{x+2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Questions de cours : 2 au choix de l'examinateur

Ensembles et raisonnements 3 : dénombrement.

- propriétés du cardinal ;
- propriétés et illustrations « patates » de la propriété des cardinaux et des applications ;
- produit cartésien de deux ensembles : définition, cardinal avec justification ;
- on lance 10 fois un dé, combien de résultats différents peut-on obtenir (1 justification au choix) ;
- définition d'une permutation, exemples de permutations de $E = \{a, b, c, d\}$ et formule du nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n ;
- nombre total de parties d'un ensemble fini, avec explication ;
- nombre de parties à p éléments d'un ensemble de cardinal n , formule avec idée principale de la démonstration ;
- nombre façons de remplir une grille de loto (5 numéros à cocher, 49 cases) ;
- formule avec les coefficients binomiaux et illustration avec les papillotes.

Fonctions 6 : équations différentielles.

- solutions de l'équation $y' + ay = b$, et résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' + 3y = 5 \\ y(0) = 2 \end{cases}$;
- solutions de l'équation homogène $y' + ay = 0$ et solutions réelles de $y' - 5y = 0$;
- solutions particulières d'une équation du premier ordre dans le cas d'un second membre $Ce^{\omega x}$, exemple avec $y' - 5y = 3e^{2x}$;

Questions d'application directe du cours :

- calculs avec des factorielles, avec des coefficients binomiaux ;
- vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ;
- équations linéaires à coefficient constant : second membre nul ou constant.

Thèmes généraux des exercices :

- dénombrement ;
- problème de Cauchy ordre 1 second membre nul ou constant.

Barème : calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.

Bon courage !