Programme de la semaine 10
du 2 au 6 décembre.

Calculs : *un de chaque série, au choix de l'examinateur.*

1. Écrire les nombres suivants le plus simplement possible :

(a) $\ln\left(\sqrt{e^4}\right) - \ln(\sqrt{e^2})$ et $-e^{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$

(b) $e^{-\ln\left(\ln(2)\right)}$ et $\ln\left(\sqrt{\exp\left(-\ln(e^2)\right)}\right)$

(c) $\ln\left(\frac{1}{e^{17}}\right)$ et $\exp\left(-\frac{1}{3}\ln(e^{-3})\right)$

2. Mettre au même dénominateur et simplifier lorsque c'est possible :

$$D(n) = \frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!} \qquad E(n) = \frac{1}{n \times n!} - \frac{n+1}{(n+2)!} \qquad F(n) = \frac{1}{(n-1) \times n!} + \frac{1}{2n \times (n+1)!}$$

Questions de cours : *2 au choix de l'examinateur*

Fonctions 4 : logarithme, exponentielle et puissances.
- définition du logarithme, théorème, dérivabilité, variations, limites remarquables ;
- définition de la fonction exponentielle, propriétés algébriques, dérivabilité, variations, limites remarquables ;
- définition de a^b avec $a > 0$ et b réel, propriété (formules) ;
- fonction puissance α avec α réel : définition, dérivabilité et dérivée (avec preuve) ;
- théorème des croissances comparées ;
- $f(x) = x^x$: ensemble de dérivabilité, variations, et limite en $+\infty$.

Ensembles et raisonnements 3 : dénombrement.
- propriétés du cardinal ;
- propriétés et illustrations « patates » de la propriété des cardinaux et des applications ;
- produit cartésien de deux ensembles : définition, cardinal avec justification ;
- on lance 10 fois un dé, combien de résultats différents peut-on obtenir (2 justifications, une avec la simulation avec un tirage, une avec l'analogie avec une application) ;
- définition d'une permutation, exemples de permutations de $E = \{a, b, c, d\}$ et formule du nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n ;

Questions d'application directe du cours :
- résoudre une équation de type $e^z = k$ avec k un complexe sous forme exponentielle ;
- calculs simples avec ln et exp et puissances ;
- équations ou inéquations très simples avec ln et exp (une ou deux étapes) ;
- calculs avec des factorielles.

Thèmes généraux des exercices :
- fonctions logarithme et exponentielle : limites, étude de fonctions, équations ou inéquations (sans changement d'inconnue) ...
- fonctions puissances simples, utilisation de la formule $a^b = e^{b\ln(a)}$.;
- dénombrement d'ensembles se ramenant à des produits cartésiens, p-uplets ou permutations.

Barème : calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.

Bon courage !